



Утверждаю:

Председатель методической  
комиссии по профилю «Математика»

*В.Н. Деснянский*

«20» *августа* 2021 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)  
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА  
«ПАРУСА НАДЕЖДЫ»  
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»  
2020-2021 УЧ. ГОД  
Заключительный этап**

**11 класс**

**Вариант 1**

**Задание 1.**

В институте ИПСС учится 10% девушек от общего числа студентов, а в институте ИТТСУ учится 5% девушек от общего числа студентов этого института. Найти средний процент девушек по этим двум институтам, если известно, что в ИТТСУ учится на 50% студентов больше, чем в ИПСС.

**Задание 2.**

Доказать, что выражение  $5n^3 + 4n$  делится на 3, где  $n$  – натуральное число.

**Задание 3.**

Определить равняется ли функция:

$$y = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 + 1 \text{ на отрезке } \left[-\frac{5}{2}; 2\right] \text{ нулю.}$$

**Задание 4.**

Какого вида треугольник (прямоугольный, остроугольный или тупоугольный), у которого высоты 3, 4, 5? Ответ обосновать.

**Задание 5.**

Решить уравнение:

$$\frac{x}{4} + \frac{4}{x} = \log_4(8x - x^2)$$

**Задание 6.**

Требуется установить, какие числа перемножаются в примере, где недостающие цифры заменены звездочками. Ответ должен быть обоснован!

$$\begin{array}{r} \phantom{0} * 1 * \\ \phantom{0} \phantom{0} \times \\ \hline \phantom{0} \phantom{0} 3 * 2 \\ \phantom{0} \phantom{0} * 3 * \\ + \phantom{0} 3 * 2 * \\ \hline \phantom{0} * 2 * 5 \\ \hline 1 * 8 * 3 0 \end{array}$$

**Задание 7.**

Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 3, 4. Найти объем призмы, если известно, что в нее можно вписать шар.

**Задание 8.**

Рассматриваются все треугольники с вершиной  $(-10; 0)$ ; две другие вершины симметричны относительно начала координат и лежат на графике  $y = 2x + \frac{1}{2x}$ .

Найти наименьшую возможную площадь такого треугольника.

**Задание 9.**

При каких  $a$  уравнение  $\sin^2(3x) - \left(a + \frac{1}{2}\right) \sin(3x) + \frac{a}{2} = 0$  имеет три корня на отрезке  $\left[\frac{2\pi}{3}; \pi\right]$ ?

Утверждаю:

Председатель методической  
комиссии по профилю «Математика»

В.Н. Деснянский

2021 г.



**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)**  
**МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА**  
**«ПАРУСА НАДЕЖДЫ»**  
**ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»**  
**2020-2021 УЧ. ГОД**  
**Заключительный этап**

**11 класс**

**Вариант 2**

**Задание 1.**

В институте ИПСС отличники составляют 10% от общего количества студентов этого института, в институте ИЭФ отличники составляют 20%, а в институте ИТТСУ лишь 4%. Найти средний процент отличников по всем трем институтам, если известно, что в ИЭФ учится на 50% больше студентов, чем в ИПСС, а институте ИТТСУ учится на 25% больше, чем в ИПСС.

**Задание 2.**

Доказать, что выражение  $n^5 + 4n$  делится на 5 при  $n$  – натуральном.

**Задание 3.**

Определить имеет ли уравнение  $9x^3 - \frac{9}{4}x^4 + \frac{x^2}{2} - 3x + 1 = 0$  корни на отрезке  $[0; 3]$ . Ответ должен быть обоснован.

**Задание 4.**

Какого вида треугольник, у которого медианы равны 3, 4, 5? Ответ обосновать (имеется в виду: прямоугольный, остроугольный или тупоугольный).

**Задание 5.**

Решить уравнение:

$$\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = \log_3(6x - x^2).$$

**Задание 6.**

Требуется установить, какие числа перемножаются в примере, где недостающие цифры заменены звездочками. Ответ должен быть обоснован!

$$\begin{array}{r} x \quad **5 \\ \hline \quad \quad 1** \\ 2 \quad **5 \\ + 1 \quad 3*0 \\ \hline \quad \quad *** \\ \hline 4*775 \end{array}$$

**Задание 7.**

В основании правильной треугольной призмы лежит правильный треугольник со стороной равной 6. Найдите объем этой призмы, если известно, что в нее можно вписать шар.

**Задание 8.**

Стороны треугольника лежат на осях координат и на касательной к графику функции  $y = x^2 + 2x + 1$  в точке, абсцисса которой  $a$  удовлетворяет условию  $-\frac{1}{2} \leq a \leq 0$ . Найти значение  $a$ , при котором площадь треугольника будет наибольшей.

**Задание 9.**

При каких значениях  $a$ , уравнение:

$$2\cos^2(2^{2x-x^2}) = a + \sqrt{3} \sin(2^{2x-x^2+1})$$
 имеет хотя бы одно решение?

Утверждаю:

Председатель методической  
комиссии по профилю «Математика»

 В.Н. Деснянский

«10» января 2021 г.



**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)**  
**МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА**  
**«ПАРУСА НАДЕЖДЫ»**  
**ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»**  
**2020-2021 УЧ. ГОД**  
**Заключительный этап**

**11 класс**

**Вариант 3**

**Задание 1.**

В институте ИПСС девушки составляют 10% от общего числа студентов этого института, в институте ИЭФ составляют 20%. Найти средний процент девушек по этим институтам, если известно, что в ИЭФ учится на 50% больше студентов, чем в ИПСС.

**Задание 2.**

Доказать, что выражение  $5n^5 - 2n$  делится на 3 при  $n$  – натуральном.

**Задание 3.**

Имеет ли уравнение  $2x^2 - x^3 - x + 3 = 0$  корни на отрезке  $[0; 2]$ ?

**Задание 4.**

Медиана высота, проведенные из общей вершины треугольника делят его угол на три равные части. Определить вид этого треугольника. Ответ должен быть обоснован (имеется в виду: треугольник прямоугольный, или остроугольный или тупоугольный).

**Задание 5.**

Решить уравнение:

$$\frac{x}{5} + \frac{5}{x} = \log_5(10x - x^2).$$

**Задание 6.**

Восстановить недостающие цифры в примере деления:

$$\begin{array}{r} - \quad *2*5* \mid \underline{325} \\ \hline \quad \quad *** \mid 1** \\ \quad \quad *0** \\ - \quad \quad *9** \\ \quad \quad \quad *5* \\ \hline \quad \quad \quad *5* \end{array}$$

**Задание 7.**

В основании прямой треугольной призмы лежит равнобедренный треугольник с углом  $30^\circ$  между равными сторонами, которые равны по 2 см. Найди объем этой призмы, если в нее можно вписать шар.

**Задание 8.**

Стороны треугольника лежат на осях координат и на касательной к графику функции  $y = x^2 + 4x + 4$  в точке, абсцисса которой  $a$  удовлетворяет условию  $-1 \leq a \leq 0$ . Найти значение  $a$ , при котором площадь треугольника будет наибольшей.

**Задание 9.**

При каких  $a$  сумма  $\log_a(\sin x + 2) + \log_a(\sin x + 3)$  будет равна 1 хотя бы при одном  $x$ ?